Les nouveaux programmes en 3e

Les fonctions

Pourquoi mettre en avant ce thème ?

À cause de l'apparition du paragraphe « notion de fonction » dans les contenus du programme officiel de la classe de 3e.

Voici le plan de notre intervention :

1) Une lecture des programmes.
2) Quelques idées fortes.
3) Quelques illustrations.
4) Quelques références.

1) <u>Une lecture des programmes</u> :

Où et comment est-il question de fonction dans les programmes ?

Pour le savoir, on a recherché l'occurrence du mot *fonction* dans les programmes publiés dans le B.O. n°6 du 28 août 2008.

Dans la partie organisation des contenus du préambule pour le collège[1], on peut lire en terme d'objectifs :

- *maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;*
- *approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;*
- *s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;*

Plus précisément, pour la 6e, le travail est centré sur la proportionnalité. Cependant, dans le cadre des représentations usuelles (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou semi-circulaires, graphiques cartésiens), on peut lire le commentaire :
La capacité visée concerne l'aptitude à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre).

De même en 5e, le travail sur la proportionnalité se poursuit et il est précisé :
Les activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs.
Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur mais toute définition de la notion de fonction est exclue.

Pour la 4e, il est dit :
Comme en classe de cinquième, le mot « fonction » est employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle de la notion de fonction soit donnée.
Les tableurs grapheurs, dont l'usage a été introduit dès la classe de cinquième, donnent accès à une façon particulière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans le tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour le travail sur la notion de variable, effectué sur des exemples variés.

---

[1] Les textes en italique sont des extraits du B.O. n°6 du 28 août 2008.

La caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine doit préparer *l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.*

En 3^e, il est dit :
L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation f(x). L'usage du tableur grapheur contribue aussi à la mise en place du concept, dans ses aspects numériques comme dans ses aspects graphiques. La notion d'équation de droite n'est pas au programme de la classe de troisième.

À signaler que ce paragraphe est quasiment le même que celui figurant dans les programmes précédents. La nouveauté réside donc dans le détail des connaissances à mettre en place. Le voici :

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1. Notion de fonction *Image, antécédent, notations* $f(x)$, $x \mapsto f(x)$. [Thèmes de convergence]	*- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.* *- Déterminer un antécédent par lecture directe dans un tableau ou sur une représentation graphique.*	*Toute définition générale de la notion de fonction et la notion d'ensemble de définition sont hors programme.* *La détermination d'un antécédent à partir de l'expression algébrique d'une fonction n'est exigible que dans le cas des fonctions linéaires ou affines.*
1.2 Fonction linéaire, fonction affine. Proportionnalité.		En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité par une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire.
Fonction linéaire. *Coefficient directeur de la droite représentant une fonction linéaire.*	*- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.* *- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.* *- Représenter graphiquement une fonction linéaire.* *- Connaître et utiliser la relation y=ax entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire* $x \mapsto ax$. *- Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite*	L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par *a* ». *Cette formulation est reliée à* $x \mapsto ax$. Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi. *Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.*
Fonction affine. *Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.* [Thèmes de convergence]	*- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.* *- Connaître et utiliser la relation y=ax + b entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire* $x \mapsto ax + b$. *- Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.* *- Représenter graphiquement une fonction affine.* *- Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.* *- Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.*	*Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite. Cette remarque peut constituer un point de départ à l'étude des fonctions affines. Pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de x et y est mise en évidence.*

On peut remarquer que seul ce qui concerne la proportionnalité relève du socle commun. Cela apparaît naturel dans la mesure où la proportionnalité est le fil rouge qui balaie le champ de compétences *organisation et gestion de données, fonctions* de la 6^{e} à la 3^{e}.

Pour le programme de 3^{e}, il nous semble qu'il existe un décalage entre les préconisations générales pour dégager la notion de fonction qui sont ambitieuses, à savoir :
L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation f(x) et les connaissances limitées à mettre en place : *image, antécédent, notations*.

Voici donc quelques idées fortes pour, notamment, assurer la liaison entre les objectifs poursuivis et les connaissances attendues.

2) **Quelques idées fortes :**

Tout d'abord, une citation de la brochure (ancienne mais encore d'actualité) du ministère intitulée *Algèbre et fonctions* :
« Lorsque les élèves sont confrontés pour la première fois au concept de fonction, en fin de troisième, puis en seconde, ils doivent arriver à lui donner un statut d'objet mathématiques et entrer dans une pensée fonctionnelle où il sera outil de modélisation. Tout ceci ne va pas de soi (…) : le chemin à parcourir sera long et semé d'embûches.»

Les collègues de lycée le savent pertinemment pour le vivre au quotidien. On peut citer, par exemple, des difficultés persistantes pour les élèves qui relèvent :

- des notations : différencier f, $f(x)$, $k(a+b)$, $P(A)$, du rôle des parenthèses,
- du lien entre aspect géométrique (point sur une courbe) et aspect analytique (coordonnées vérifiant l'équation de la courbe),
- du passage du discret au continu (quand on relie deux points d'une représentation graphique ou quand on travaille avec un tableau de valeurs),
- de l'absence de définition rigoureuse, « palpable » de ce nouvel objet mathématique qu'est une fonction (de même qu'en 6^{e}, on fait travailler les élèves avec des objets qu'on ne définit pas tels que les nombres ou les droites),
- …

1re idée forte : Travailler la notion de fonction c'est créer des images mentales.

Comment ? En proposant de nombreuses situations diversifiées dans lesquelles interviennent des fonctions. C'est le domaine privilégié des grandeurs : en géométrie, physique, économie, dans la vie courante, la vie citoyenne (distance d'arrêt et vitesse),…
Pour chaque situation, on systématise l'émergence de formulations telles que : deux quantités qui dépendent l'une de l'autre, deux grandeurs qui varient, l'une varie en fonction de l'autre,…
Ainsi, petit à petit, la notion abstraite de variable est mise en place : la variable x étant la désignation générique de grandeurs qui varient telles que le temps t, la température T, la masse m,…

De telles situations dans lesquelles la fonction mise en jeu n'est pas explicitée ont déjà été rencontrées à maintes reprises dans les classes antérieures. À ce sujet, le document ressource intitulé *la proportionnalité au collège* indique que le travail fait antérieurement dans le cadre des grandeurs avec des expressions telles que : prix de 7,5 kg ou p. de 7,5 kg puis $p(7{,}5\,\text{kg}) = 26$ € doit préparer l'installation de la notation $p(7{,}5) = 26$ et, plus généralement, celle de $f(x) = y$.

C'est également l'occasion de reprendre des connaissances anciennes avec un regard neuf. Par exemple, la formule $L = 2\pi r$ travaillée désormais dès l'école primaire peut être redécouverte sous la forme : la longueur d'un cercle dépend de son rayon, plus précisément c'est une fonction linéaire du rayon et le coefficient de proportionnalité est 2π .

Conséquence :

Travailler la notion de fonction ce n'est pas faire un « cours magistral » sur les fonctions.

C'est donc travailler la notion de fonction en situation, pour résoudre un problème : on ne cherche ni à définir une fonction, un ensemble de définition, un sens de variation, ni à dégager des techniques générales d'étude, ni à classifier les fonctions (fonctions polynômes,…) : cela relève du lycée. Il s'agit plutôt de convoquer les fonctions comme outils qui servent à modéliser la situation initiale afin de résoudre le problème posé. Les traces écrites dans le cahier de cours seront donc réduites.

À ce propos, on peut faire un parallèle avec le concept de probabilité pour lequel il n'y a pas non plus une grande place pour le cours magistral mais l'idée que c'est un outil pour modéliser une situation.

<u>2e idée forte</u> : Travailler la notion de fonction c'est proposer des situations qui mettent en jeu différents registres de représentation des fonctions.

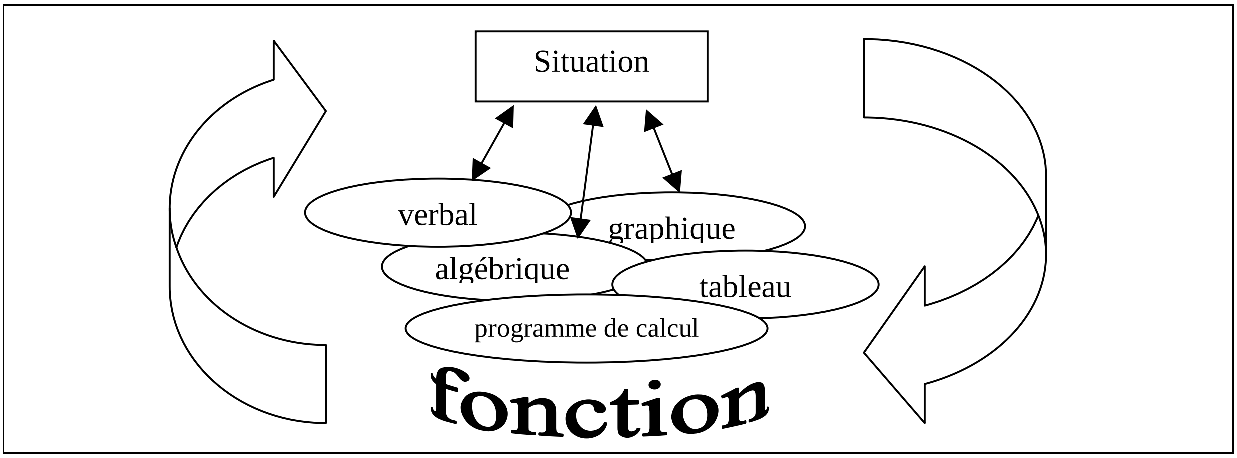
En effet, la didactique et, en particulier Raymond Duval, nous dit que, pour qu'une notion soit appréhendée, il est nécessaire que l'élève soit capable d'articuler entre eux les différents registres de représentation de cette notion.

En ce qui concerne les fonctions, voici les principaux registres de représentation :

- algébrique (l'expression qui donne la loi de variation d'une des variables en fonction de l'autre, $f(x)=\ldots$),
- graphique (la courbe),
- tableau (c'est une description discrète de la loi fonctionnelle),
- programme de calcul (« la chaîne de montage » de la fonction),
- verbal (la loi fonctionnelle est exprimée en langue naturelle).

Les différents registres ne sont pas équivalents : chacun apporte sa pierre à la construction de l'édifice *fonction* : chacun permet d'accéder à des connaissances spécifiques qui aident à dégager le concept. C'est pourquoi, il convient de ne pas privilégier un registre plutôt qu'un autre.
En particulier, il est prématuré de se concentrer sur l'aspect algébrique, comme on peut le faire au lycée. Autrement dit, il n'est pas toujours utile (et parfois c'est même improductif) d'exhiber l'expression $f(x)$ pour travailler la dépendance entre deux grandeurs.
En revanche, donner aux élèves des situations qui nécessitent des changements de registre leur permet petit à petit d'accéder à la notion de fonction.

On peut schématiser de telles situations de la façon suivante :



Conséquence :
Travailler la notion de fonction ce n'est pas multiplier les exercices techniques hors de tout contexte.
Il est nécessaire de travailler chacun des registres mais sans excès, sans se focaliser trop vite sur des formules ou des courbes données *a priori* : il s'agit de privilégier le sens à la technique. Par exemple, multiplier les gammes pour savoir lire un antécédent, une image n'est guère productif en terme d'appréhension du concept : l'enjeu reste limité.

3^e^ idée forte : Travailler la notion de fonction c'est aussi proposer des situations qui mettent en jeu des fonctions linéaires ou affines.

Afin que les fonctions affines soient perçues comme des cas particuliers de fonctions, il est indispensable de proposer des situations qui mettent en jeu des fonctions plus complexes que l'on ne traitera pas de la façon experte attendue en lycée.
De la même façon qu'en 6e et en 5e, le recours à des grandeurs non proportionnelles donne du sens aux grandeurs proportionnelles, travailler sur des phénomènes non affines affermit le sens des fonctions affines ou linéaires.

Inversement, travailler sur des fonctions affines ou linéaires permet de montrer leur spécificité non de façon intrinsèque mais en regard des fonctions qui n'en sont pas et qui n'ont donc pas cette spécificité.
Par exemple, c'est seulement avec des fonctions affines que l'on peut déterminer algébriquement des antécédents, ce qui amènera à la résolution d'équations de degré supérieur ou égal à 2 au lycée.
De même, c'est seulement avec des fonctions affines que l'on sait prévoir, ce qui amènera à la notion d'ajustement linéaire au lycée.
Ainsi, travailler les fonctions affines et linéaires à l'aune des fonctions non affines leur donne toute leur place et assure la continuité des apprentissages, du collège au lycée.

Par ailleurs, le programme indique dans le commentaire que, *pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de x et y est mise en évidence*. L'ancien programme disait également : *on remarquera la proportionnalité des accroissements de x et y*. On sait la difficulté d'une telle mise en place : il est indispensable de prendre le temps de voir que cela ne marche pas avec les autres fonctions.

Conséquence :
Travailler la notion de fonction ce n'est pas se cantonner rapidement aux fonctions linéaires ou affines.
Sinon, le risque encouru chez les élèves est que toutes les fonctions soient affines, toutes les représentations graphiques soient des droites, des demi-droites ou des segments ! C'est plutôt mener de front différents types de fonctions, alterner le recours à des fonctions linéaires, affines ou autres. Ainsi, petit à petit, les élèves apprendront à reconnaître si une fonction est affine ou non afin de savoir quand on peut utiliser sa règle pour la représenter.

4e idée forte : Travailler la notion de fonction c'est prendre le temps.

La diversité des domaines concernés par les fonctions permet un travail tout au long de l'année, en spirale : on construit le concept par petites touches, sans formalisme excessif.

<u>Conséquence</u> :

Travailler la notion de fonction ce n'est pas faire le programme de 2$^{\text{nde}}$!

En particulier, c'est laisser l'étude systématique des variations, les problèmes d'ensemble de définition pour les années suivantes ! Les fonctions seront étudiées dans toutes les sections du lycée : elle font, en quelque sorte, partie du « socle commun » du lycée.

Voici maintenant quelques illustrations.

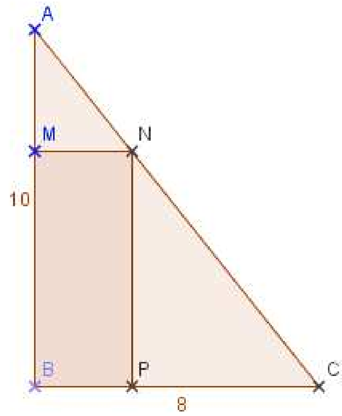
3) Quelques illustrations :

Situation 1 : un exercice revisité.

Voici un exemple d'exercices classiques rencontrés dans les manuels ou les annales :

Version 1 :

ABC est un triangle rectangle en B avec : AB = 10 cm et BC = 8 cm.
M est un point quelconque du segment [AB].
La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe [AC] en N.
La perpendiculaire à (BC) passant par N coupe [BC] en P.
On pose AM = x.



1) Démontrer que MNBP est un rectangle.
2) Démontrer, à l'aide de la propriété de Thalès, que : MN = 0,8 x.
3) En déduire que le périmètre du rectangle MNPB est égal à : $20-0,4x$.
4) On note f la fonction définie par : $f\left(x\right)=20-0,4x$.
   Représenter graphiquement la fonction f.
   On prendra 1 cm comme unité pour chaque axe.
5) a) Déterminer graphiquement pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle MNBP est égal à 18 cm.
   b) Vérifier par le calcul.

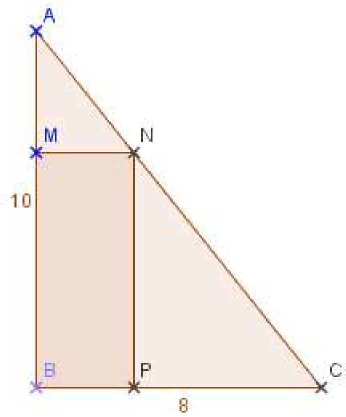
Certains élèves peuvent réussir l'exercice question par question sans comprendre les enjeux d'un tel problème en raison des questions guidées et fermées. En particulier, la question sous-jacente « comment varie le périmètre du rectangle quand le point M se déplace sur le segment [AB] ? » peut ne pas être évoquée.

C'est pourquoi, si l'objectif est d'approcher la notion de variable, ce problème proposé dans cette version ne nous semble pas approprié. En effet, tout semble statique : le point variable est « seulement » quelconque !

D'où, une autre version possible en se plaçant dans le cadre de la résolution de problèmes.
Elle se décompose en trois étapes :

- Étape 1 : comprendre le problème, observer, conjecturer.
- Étape 2 : s'approprier la figure, expérimenter.
- Étape 3 : modéliser la situation pour valider ou infirmer les conjectures.

Version 2 :



ABC est un triangle rectangle en B avec : AB = 10 cm et BC = 8 cm.
M est un point quelconque du segment [AB].
La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe [AC] en N.
La perpendiculaire à (BC) passant par N coupe [BC] en P.

Étape 1 : *comprendre le problème, observer, conjecturer.*

1) Quelle est la nature du quadrilatère MNBP ?
2) Quand le point M se déplace sur le segment [AB], qu'est-ce qui change sur la figure et qu'est-ce qui ne change pas ?
3) Quand le point M se déplace sur le segment [AB], que devient le périmètre ? Que devient l'aire ?

Étape 2 : *s'approprier la figure, expérimenter.*

1) Construire le triangle ABC en vraie grandeur.
2) Dans cette question, M est le milieu de [AB] : le placer en rouge et tracer le rectangle MNPB. Calculer le périmètre *p* et l'aire *a* de MNPB.
3) Dans cette question, M est à 3 cm de A : le placer en bleu et tracer le rectangle MNPB. Calculer le périmètre *p* et l'aire *a* de MNPB.
4) Écrire les conjectures retenues concernant le périmètre et l'aire du rectangle MNPB.

Étape 3 : *modéliser la situation pour valider ou infirmer les conjectures.*

1) Pour étudier les conjectures, la longueur variable AM sera désignée par la lettre x.
   a) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
   b) Écrire, en fonction de x la longueur MB, la longueur MN, le périmètre du rectangle MNPB qui sera noté $p(x)$ et l'aire du rectangle MNPB qui sera notée $a(x)$.
   c) Quelle est la valeur de x lorsque M est le milieu de [AB] ? Comment seront notés *p* et *a* ?
   d) Mêmes questions pour *p* et *a*.
2) À chaque valeur de la variable x, on peut associer la valeur du périmètre $p(x)$: on dit que le périmètre est une fonction de x, notée *p*. De même, l'aire du rectangle MNPB est une fonction de x, notée *a*. Choisir cinq valeurs de x et calculer dans chaque cas les valeurs du périmètre et de l'aire.
3) a) Tracer un repère (O, I, J), graduer les axes en choisissant une unité convenable, indiquer la légende et placer les points obtenus ci-dessus (en vert pour le périmètre, en rouge pour l'aire).
   b) Certains points semblent-ils alignés ?
4) Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :
   a) Quelle est l'aire du rectangle lorsque M est à 0,5 cm de A ? A-t-on une valeur exacte ou une valeur approchée ? Quel calcul peut-on faire pour obtenir la valeur exacte ?
   b) Où doit se trouver M pour que l'aire du rectangle soit égale à 15 cm² ?
   c) Où doit se trouver M pour que l'aire du rectangle soit la plus grande ? L'aire est-elle la plus grande lorsque le rectangle est un carré ?
   d) Où doit se trouver M pour que le rectangle soit un carré ? Quelle est alors la longueur de son côté et quelle est son aire ?

- Les modalités de mise en œuvre peuvent être variées : travail de groupe, en plusieurs fois,… De ces modalités dépendent les questions posées initialement.

- L'outil informatique est un support de réflexion à chaque étape : il permet de faire « vivre » la figure : on fait bouger le point M et on constate l'effet de ce déplacement sur la figure. Il aide aussi à se prononcer sur les conjectures émises telles que :
  - « Quand M se déplace sur [AB], le quadrilatère MNPB est un rectangle mais il se déforme » : vrai.
  - « À un moment, le rectangle devient carré » : vrai.
  - « Le périmètre ne change pas car il y a compensation entre la longueur qui diminue et la largeur qui augmente » : faux.
  - « L'aire change car, quand le rectangle est tout plat son aire est plus petite que quand il est plus épais » : vrai.
  - « L'aire augmente puis diminue quand M va de A vers B » : vrai.
  - « L'aire est maximale quand le rectangle est un carré » : faux (l'aire est maximale quand M est à 5 cm de A et vaut 20 cm^2 alors que le rectangle est carré quand M est à environ 5,6 cm de A et vaut environ 19,7 cm^2).

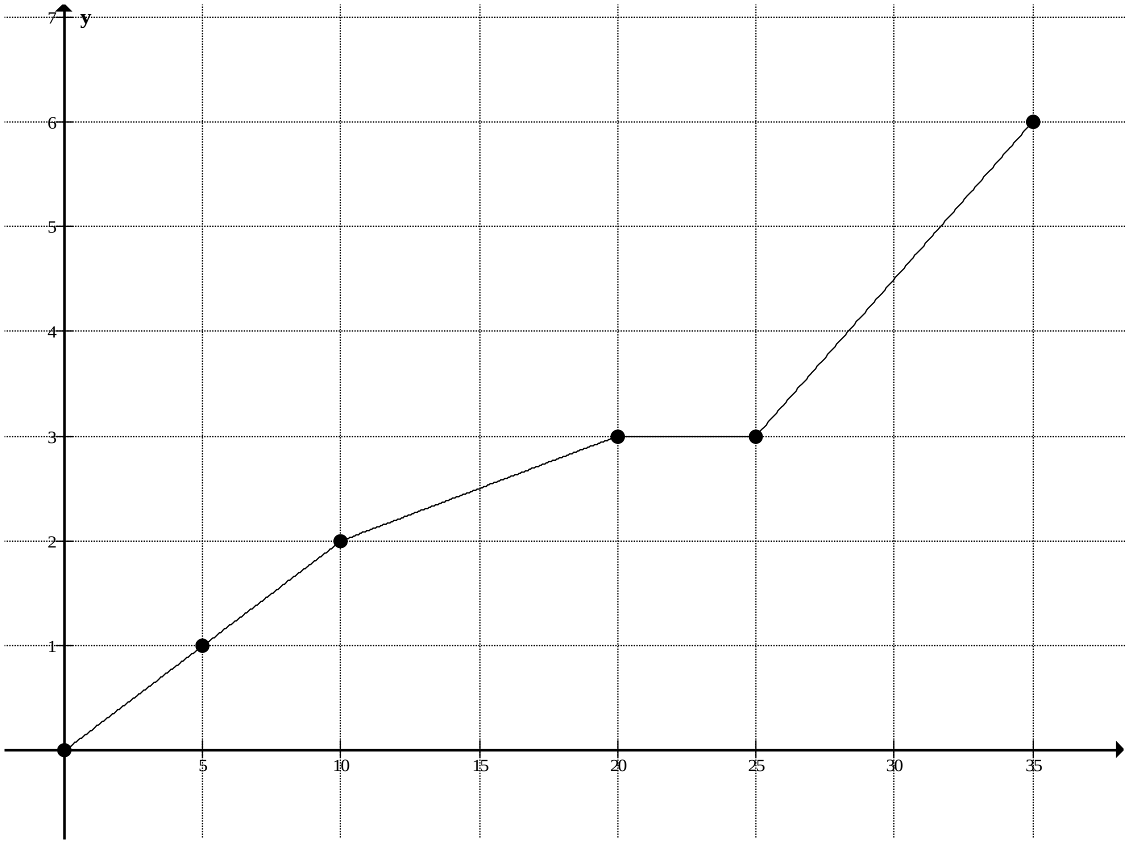
- On fait émerger les quantités variables et dépendantes x, $p(x)$ et $a(x)$ donc on travaille la notion de variable en situation pour résoudre un problème géométrique. Les registres algébrique, graphique, et verbal interfèrent.

- Cette situation est riche : elle donne l'occasion de rencontrer une fonction linéaire $(MN = 0{,}8x)$, une fonction affine non linéaire décroissante $(p(x) = 20 - 0{,}4x)$ et une fonction polynôme du 2^{nd} degré présentant un maximum $(a(x) = 8x - 0{,}8x^2)$. Elle permet également de différencier le registre algébrique (réponse exacte pas forcément accessible) du registre graphique (réponse accessible pas forcément exacte).

- Cette situation ou une similaire est longue à travailler avec les élèves mais elle est indispensable car générique de tous les problèmes du même type.

<u>Situation 2</u> :

La courbe ci-dessous représente la distance *d* parcourue par un coureur à pied, en km, en fonction de la durée *t* de parcours, en minutes.



1) Écrire une légende sur chaque axe.
2) En utilisant la représentation graphique, répondre aux questions suivantes :
   a) Le coureur s'est-il arrêté ? Si oui, pendant combien de temps ?
   b) Quelle distance le coureur a-t-il parcourue après 5 min de course ?
   c) Combien de temps a mis le coureur pour parcourir 4 km ? pour parcourir 6 km ?
      Préciser si la réponse est exacte ou approchée.
3) On note *d* la fonction qui, à chaque durée *t*, fait correspondre la distance $d(t)$ parcourue pendant cette durée.
   a) Quelle est l'image de 5 par la fonction *d* ?
   b) Quel est l'antécédent de 6 par la fonction *d* ?
   c) Traduire par une phrase liée au contexte :
      - $d(15) = 2,5$
      - 4,5 est l'image de … par *d*

- Cette situation contextualisée est classique : elle permet un travail autour de la lecture et de l'interprétation d'un graphique. Elle convoque également l'utilisation des notations et du vocabulaire relatifs aux fonctions ainsi que différents changements de registres.

- La difficulté attendue réside dans la question 3 : les questions 3a) et 3b) sont les mêmes que les questions 2b) et 2c) mais posées de façon formelle, hors du contexte initial. Il y a donc perte de sens pour les élèves qui doivent alors reconstruire la situation en passant du formel au graphique puis au verbal.

Situation 3 :

Voici des fonctions décrites par une phrase.
Pour chacune d'elles, il s'agit de mettre à jour :

- la variable en jeu,
- son image,
- l'expression de cette image en fonction de la variable.

On présentera les réponses dans le tableau ci-après.

1) La longueur d'un cercle en fonction de son rayon.
2) Le rayon d'un cercle en fonction de sa longueur.
3) L'aire d'un disque en fonction de son rayon.
4) La distance parcourue par un piéton se déplaçant à 6 km/h en fonction du temps.
5) La longueur d'un rectangle en fonction de sa largeur lorsque son aire est constante et vaut 2 m^2.
6) A tout nombre différent de 0, on associe l'opposé de son inverse.
7) L'aire d'un carré en fonction de son côté.
8) Le côté d'un carré en fonction de son aire.
9) Le salaire mensuel d'un représentant lorsqu'il touche mensuellement une part fixe de 1000 € et une part variable correspondant à 2 % du montant de ses ventes.
10) Le prix des pommes à raison de 3 €/kg.

n°	variable	image	expression
1	le rayon r	la longueur du cercle L	$L = 2\pi r$
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

- Passer du registre verbal au registre algébrique est difficile pour les élèves. Par exemple, dans le dernier cas, repérer que la variable est la masse en kg et son image le prix en € n'est pas chose aisée. Cela peut être grandement facilité si, dès les classes de $6^e/5^e$, lorsqu'on traite la proportionnalité en situation, on demande systématiquement quelles sont les grandeurs en jeu.

- L'occasion est donnée de mettre en lumière la relation de dépendance entre deux grandeurs, l'une « venant en premier », la variable. Il y a souvent beaucoup d'implicite : pourquoi plutôt l'une que l'autre ? D'où les questions jumelées 1 et 2 puis 7 et 8.

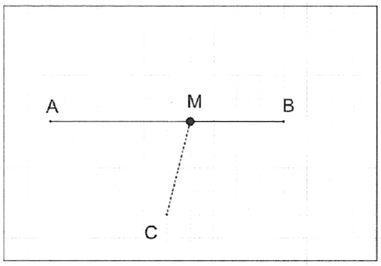
- En termes de modalités, on peut traiter moins d'exemples, en demander d'autres aux élèves, en proposer régulièrement quelques-uns,…

- **Situation 4 :**

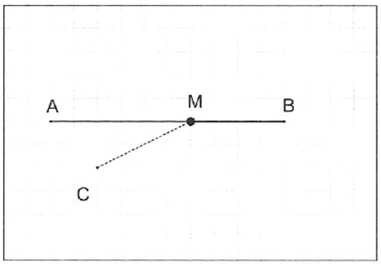
Sur chaque figure, on considère trois points fixes A, B et C et un point M mobile sur le segment [AB].

Il s'agit de savoir comment varie la distance CM quand M se déplace de A vers B sur le segment [AB].

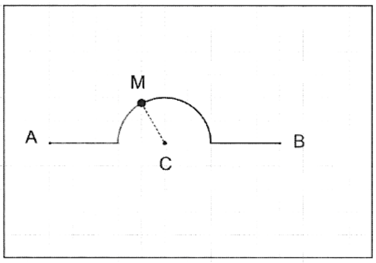
Pour cela, représenter à main levée, la longueur CM en fonction de la longueur AM.



①



②



③

- Situation proposée d'après l'article *Quelques propos sur les fonctions en Seconde* du bulletin de l'APMEP n° 478 de septembre-octobre 2008.

- C'est un travail autour des variations dans un cadre géométrique sans aucun recours au registre algébrique : pas de calculs, ni de formalisation algébrique. Seuls les registres graphique et verbal sont convoqués.

- À partir d'idées telles « Ça diminue puis ça augmente », on peut expérimenter avec un support papier/crayon puis recourir à l'outil informatique pour rejeter telle ou telle conjecture est approprié.

Quelques références :

- Les documents ressources pour le collège :
  Proportionnalité au collège, http://eduscol.education.fr/D0015/doc_acc_clg_proportionnalite.pdf
  Grandeurs et mesures au collège, http://eduscol.education.fr/D0015/doc_acc_clg_grandeurs.pdf

- *Algèbre et fonctions*, brochure du MEN, Direction de l'enseignement scolaire, Groupement National d'Équipes de Recherche en Didactique des Mathématiques.

- *Quelques propos sur les fonctions en Seconde*, Bulletin de l'APMEP n° 478, septembre-octobre 2008.

- *Pour des fonctions qui fonctionnent*, Bulletin de l'APMEP n°462, janvier-février 2006.

- *La notion de fonction : de la classe de sixième à la classe de seconde*, Bulletin de l'APMEP n°458, mai-juin 2005.

En guise de conclusion :

Nous avons tenté de montrer en quoi cette nouveauté du programme est un objectif ambitieux : celui qu'un élève, au sortir du collège, puisse approcher (mais non le dire en ces termes !) :

- une fonction comme outil de modélisation de deux grandeurs dépendantes,
- une fonction affine comme outil de modélisation de deux grandeurs dont les accroissements sont proportionnels,
- une fonction linéaire comme outil de modélisation de deux grandeurs proportionnelles.

C'est un défi à relever pour les enseignants de 3ème qui assurerait une transition plus douce pour les élèves entre le collège et le lycée.